

## Epreuve de Mathématiques

Durée : 1 h

## Exercice 1 (6,5 points)

On considère la fonction  $f$  définie sur  $[0,2]$  par  $f(x) = (\sqrt{x})e^x$ .

1. Etudier les variations de  $f$ .
2. Etudier la dérivabilité de  $f$  en 0.
3. Tracer la courbe représentative de  $f$  sur  $[0,2]$  (unité graphique : 1 cm sur chaque axe).
4. On considère le solide  $S$  obtenu par rotation de la courbe  $C_f$  autour de l'axe des abscisses.

Montrer que le volume de  $S$  est  $V(S) = \pi \int_0^2 xe^{2x} dx$  puis calculer  $V(S)$ .

## Exercice 2 (4,5 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ .

1. Donner les solutions de l'équation  $z^2 - 8\sqrt{3}z + 64 = 0$ .
2. Déterminer la nature du triangle  $OAB$  où  $A$  et  $B$  ont pour affixes les solutions de l'équation précédente.

## Exercice 3 (5 points)

On suppose que la durée de vie  $T$  (exprimée en heures) d'une ampoule suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$  tel que  $P(T \leq 30000) = P(T \geq 30000)$ .

1. Montrer que  $\lambda = \frac{\ln 2}{30000}$ .
2. a. Quelle est la probabilité que cette ampoule dure plus de 25 000 heures ?  
b. Quelle est la probabilité que cette ampoule dure plus de 50 000 heures, sachant qu'elle a déjà duré 25 000 heures ?

## Exercice 4 (QCM) (4 points) Cochez la bonne réponse.

Dans l'espace muni d'un repère orthonormal  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on note  $P$  et  $Q$  les plans d'équations respectives $P: x + y - 2z = 3$ ,  $Q: x + y + z = 1$  et  $A$  le point de coordonnées  $(1, 1, 3)$ .

1.  $P$  et  $Q$  sont orthogonaux.  vrai  Faux
2. L'intersection des plans  $P$  et  $Q$  est une droite qui a pour système d'équations paramétriques :

$$\boxed{1} \begin{cases} x = 1+t \\ y = \frac{2}{3}-t \\ z = -\frac{2}{3} \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad \boxed{2} \begin{cases} x = 1+t \\ y = \frac{2}{3}-t \\ z = -\frac{2}{3}+3t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad \boxed{3} \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-t \\ z = -\frac{2}{3} \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

3. Les distances respectives du point  $A$  aux plans  $P$  et  $Q$  sont :

$$\boxed{1} \frac{7}{\sqrt{6}} \text{ et } \frac{5}{\sqrt{3}} \quad \boxed{2} \frac{7}{\sqrt{6}} \text{ et } \frac{4}{\sqrt{3}} \quad \boxed{3} \frac{4}{\sqrt{6}} \text{ et } \frac{4}{\sqrt{3}}$$

4. La distance du point  $A$  à la droite d'intersection des plans  $P$  et  $Q$  est :

$$\boxed{1} \frac{4}{\sqrt{6}} \quad \boxed{2} \frac{1}{\sqrt{6}} \quad \boxed{3} \frac{-3}{\sqrt{6}} \quad \boxed{4} \frac{9}{\sqrt{6}}$$