CONSERVATOIRE
NATIONAL
DES ARTS
ET METIERS

CENTRE
RÉGIONAL
DE CHAMPAGNE-
ARDENNE

TEST MATHEMATIQUES

ADMISSIONS
IIT BTP
1ère année

Session de mai 2009

Durée : 1 heure

EICNAM
IIT BTP
03.26.36.80.25

REIMS
03.26.36.80.10

ENSEIGNEMENT
A DISTANCE
03.26.36.80.20

CHALONS-EN-
CHAMPAGNE
03.26.26.90.36

CHARLEVILLE-
MEZIERES
03.24.58.33.55

TROYES
03.25.80.90.87

MOULIN DE LA HOUSSE
RUE DES CRAYÈRES
BP 1034
51687 REIMS CEDEX 2

TÉLÉPHONE
03 26 36 80 00

www.cnam-champagne-ardenne.fr

TEST D'ADMISSION EN 1ERE ANNEE (IIT BTP)

Epreuve de Mathématiques

Durée : 1 h

Le candidat traitera au choix trois exercices parmi les quatre proposés

Exercice 1.

On note f la fonction définie sur $]-1;+\infty[$ par $f(x) = x+1+\ln(x+1)-\ln(x+2)$.

1. Déterminer la limite en -1 de la fonction f.
2. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln\left(\dfrac{x+1}{x+2}\right)$ et en déduire la limite de f en $+\infty$.
3. Montrer que la droite d'équation $y = x+1$ est asymptote à la courbe C_f en $+\infty$.
4. Etudier les variations de la fonction f et donner une équation de la tangente T_0 à la courbe C_f au point d'abscisse 0.

Exercice 2.

1. Dresser sur $[0,1]$ le tableau des variations de la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{2x+2}{x+3}$.
2. On pose $u_0 = \dfrac{1}{2}$ et pour $n \geq 0$, $u_{n+1} = \dfrac{2u_n+2}{u_n+3}$.
   a. Montrer par récurrence que pour tout $n \geq 0$, $0 \leq u_n \leq 1$.
   b. Montrer que (u_n) est monotone. Qu'en déduit-on ?
3. Calculer la limite de la suite (u_n).

Exercice 3.

Une balle de 0,5 kg est lancée verticalement en l'air avec une vitesse initiale de 15 $m.s^{-1}$.
Sur la balle agissent deux forces, celle due à la gravité et celle due à la résistance de l'air.
On admet que la vitesse v de la balle vérifie l'équation différentielle (E) : $0{,}5v' = -0{,}1v - 5$

1. Montrer que pour $t \geq 0$, $v(t) = -50 + 65e^{-0.2t}$.
   a. Etudier les variations de la fonction v sur $[0;3]$.
   b. Montrer que l'équation $v(t) = 0$ admet une unique solution dans $[0;3]$. Donner un encadrement de cette solution t_0 à 0,1 près. En déduire le signe de $v(t)$ sur $[0;3]$.

2. Soit h la fonction exprimant la hauteur de la balle en fonction du temps.
   On admet que h est la primitive de v qui s'annule en 0.
   a. Exprimer $h(t)$ en fonction de t.
   b. Etudier les variations de h et déterminer à l'aide de la calculatrice une approximation de la hauteur maximale atteinte par la balle.

Exercice 4 : QCM à rendre avec la copie (aucune justification n'est demandée).

1. Un argument du nombre complexe $z=-3\times\frac{1+i\sqrt{3}}{i}$ est :

   □ $\frac{7\pi}{6}$ □ $\frac{-\pi}{6}$ □ $\frac{5\pi}{6}$ □ $\frac{\pi}{3}$

2. On pose $z=x+iy$ et on considère l'ensemble Γ des points M d'affixe z vérifiant la relation $|iz-1|=|z-2|$. A et B sont les points d'affixes respectives $-i$ et 2. L'ensemble Γ est :

   □ le milieu de $[AB]$ □ le cercle de diamètre $[AB]$

   □ la médiatrice du segment $[AB]$ □ La droite d'équation $y=x$

3. Soit l'équation $\overline{z}+|z|=3-i$ $(z\in\mathbb{C})$. L'écriture algébrique de z est :

   □ $\frac{4}{3}+i$ □ $\frac{4}{3}-i$ □ $\frac{-4}{3}-i$ □ $\frac{-4}{3}+i$

4. n est un entier naturel. $\left(1+i\sqrt{3}\right)^n$ est réel si et seulement si :

   □ n est pair □ n est multiple de 3 □ jamais □ n est multiple de 6

5. Soit A et B les points d'affixes respectives i et $\sqrt{3}$. ABC est équilatéral direct lorsque l'affixe de C est :

   □ $-i$ □ $\sqrt{3}+i$ □ $\sqrt{3}+2i$